Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 99**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine mulțimea $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 2x+1\geq 3x-1\}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2 x$. Să se calculeze $f(1)+f(4)-f(2)$.

5p **3.** Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât soluțiile reale ale ecuației $x^2-3x+m=0$ să aibă semne opuse.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice egalitatea $2^n=n^2$.

5p **5.** Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctele $A(1,3)$, $B(2,5)$ și $C(3,m)$ să fie coliniare.

5p **6.** Să se determine coordonatele punctului B știind că punctul $C(3,5)$ este mijlocul segmentului AB, unde $A(2,4)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}x & y\\ 0 & 6\end{pmatrix}$ cu $x, y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real x astfel încât $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **b)** Să se verifice că $A^2=4(A-I_2)$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **c)** Să se determine numărul real a astfel încât $A^3-aA^2+4A=O_2$, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim legile de compoziție $x\circ y=x+y+3$ și $x*y=xy-3(x+y)+12$.

5p **a)** Să se verifice că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, oricare ar fi $x, y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $(x\circ(x+1))+(x*(x+1))=11$.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases}x\circ(y-1)=0\\ (x+1)*y=x*(y+1)\end{cases}$, cu $x, y\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2-3\sqrt[3]{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;0)$.

5p **c)** Să se arate că $\frac{x+2}{3}\geq\sqrt[3]{x}$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3}{x+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 (x+1)\cdot f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Folosind faptul că $1\leq(x+1)^2\leq 4$ pentru orice $x\in[0,1]$, să se arate că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox, a graficului funcției f, este un număr din intervalul $\left[\frac{\pi}{28},\frac{\pi}{7}\right]$.