Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 98**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se arate că $\log_3 24 = 1 + 3a$, unde $a = \log_3 2$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $g(x) = bx + a$, unde a și b sunt numere reale. Să se arate că dacă $f(-1) = g(-1)$, atunci $f = g$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-1} = \frac{1}{4}$.

5p **4.** Să se determine numărul natural nenul n astfel încât numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi cu n elemente să fie egal cu 6.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,0)$ și intersectează axa Oy în punctul de ordonată 4.

5p **6.** Să se determine lungimea înălțimii duse din vârful O al triunghiului MON, unde $M(4,0)$, $N(0,3)$ și $O(0,0)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se notează $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Să se calculeze AB.

5p **b)** Să se demonstreze că $(A+B)^2=(A-B)^2=A^2+B^2$.

5p **c)** Să se calculeze inversa matricei $(A-B)^2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x*y=3(x+1)(y+1)-1$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine numerele reale pentru care $(x^2-2)*5=-1$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție este asociativă, să se calculeze $(-2009)*(-2008)*...*(-1)*0*1*...*2008*2009$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x>1$.

5p **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A\left(2;e^2\right)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq e^2$, pentru orice $x>1$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[1,4]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\sqrt{x^n+4x}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_1^4 f_1(x)\,dx=\dfrac{14\sqrt{5}}{3}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^4 \dfrac{x+2}{f_2^2(x)}dx$.

5p **c)** Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox, a graficului funcției $g:[1,4]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{1}{f_2(x)}$.