Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 97**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul real x știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x+5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Să se determine parametrul real m astfel încât soluțiile reale ale ecuației $x^2-3x+m=0$ să fie inverse una alteia.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x-4\lg x+3=0$.

5p **4.** După o reducere a prețului cu 15 % un produs costă 680 lei. Să se calculeze prețul inițial al produsului.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care distanța dintre punctele $A(2,m)$ și $B(-m,-2)$ este egală cu $4\sqrt{2}$.

5p **6.** Știind că triunghiul ABC are $BC=10, AC=5$ și $AB=5\sqrt{3}$, să se calculeze $\cos A$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $X=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{X^n \,\middle|\, n\in\{1,2,3\}\right\}$, unde $X^n=\underbrace{X\cdot X\cdot\ldots\cdot X}_{de\ n\ ori}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se verifice că $X^3=I_3$.

5p **b)** Să se calculeze $\det\left(I_3+X+X^2\right)$.

5p **c)** Să se demonstreze că, dacă $Y\in G$, atunci $Y^{-1}\in G$.

2. Se consideră mulțimea $G=\left\{a+b\sqrt{3}\,\middle|\, a,b\in\mathbb{Z},\ a^2-3b^2=1\right\}$.

5p **a)** Să se verifice că $2+\sqrt{3}\in G$.

5p **b)** Să se arate că, în raport cu înmulțirea numerelor reale, orice element din mulțimea G are invers în G.

5p **c)** Să se demonstreze că $x\cdot y\in G$, pentru orice $x,y\in G$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{2x^2-2}{\left(x^2+x+1\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că $f\left(\sqrt[3]{2009}\right)\le f\left(\sqrt[3]{2010}\right)$.

2. Fie funcția $f:[1,e]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x$.

5p **a)** Să se determine $\int f'(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.

5p **c)** Să se arate că $\int_1^e e^x f(x)\,dx\le e^e-e$.