Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 96**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul real x știind că numerele $x-1, 2x-2$ și $x+3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Să se determine numărul real m astfel încât soluțiile ecuației $x^2-mx-1=0$ să fie numere reale opuse.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{x-2}$.

5p **4.** Să se calculeze $C_{10}^9 - C_9^8$.

5p **5.** Să se determine numărul real m pentru care punctele $A(2,4)$, $B(3,3)$ și $C(m,5)$ sunt coliniare.

5p **6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$ și $\cos B=\frac{3}{5}$. Să se calculeze $\sin C$.

SUBIECTUL II (30p)

5p **1.** **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \sqrt{2009}-1 & -1 \\ 1 & \sqrt{2009}+1 \end{vmatrix}$.

5p **b)** Să se calculeze valoarea determinantului $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{vmatrix}$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-4x+2=0$.

5p **c)** Fie matricele $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Să se arate că $A^3+A^2+A=O_3$, unde $A^2=A\cdot A$ și $A^3=A^2\cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=2xy-8x-8y+36$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x\circ y=2(x-4)(y-4)+4$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$..

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=36$.

5p **c)** Știind că operația „$\circ$” este asociativă, să se calculeze $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2009}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f(2008)\geq f(2009)$.

2. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{x}$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R},\ g(x)=\dfrac{f^2(x)}{x^2+1}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox, a graficului funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R},\ h(x)=e^{\frac{x}{2}}\cdot f(x)$, unde $x\in[0,1]$.