Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 95**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se demonstreze că $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$ este un număr natural.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$. Să se demonstreze că $f(x)\geq -1$, oricare ar fi numărul real x.

5p **3.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x+2y=16 \\ xy=12 \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\frac{n!}{12}=(n-2)!$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p **5.** Se consideră reperul cartezian xOy și punctele $A(1,-1)$ și $B(3,5)$. Să se determine coordonatele punctului C din plan astfel încât $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos A$ în triunghiul ABC, știind că $AB=2$, $BC=3$ și $AC=4$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ și $C=A+B$.

Se notează cu $X^2=X\cdot X$

5p **a)** Să se efectueze produsul $A\cdot B$.

5p **b)** Să se calculeze $\det(A)\cdot\det(B)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $A^2-B^2=6(A+B)$.

2. Pe mulțimea mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x*y=x+y+2$ și $x\circ y=xy+2x+2y+2$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$

5p **b)** Să se determine simetricul elementului $x=-3$ în raport cu legea de compoziție "$\circ$".

5p **c)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x^2*y^2=7 \\ x^2\circ y^2=16 \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{N}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$, pentru orice $x>1$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f\left(\sqrt[3]{2}\right)\geq f\left(\sqrt[3]{3}\right)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-x$ și $g(x)=\sqrt{1-x}$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)\cdot\ln x\,dx$.