Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 94**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră numărul $a=\log_2 3$. Să se arate că $\log_2 18=2a+1$.

5p **2.** Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, cu a și b numere reale, pentru care $f(1)+f(2)+f(3)=6a+2b$ și $f(4)=8$.

5p **3.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^{x+3}-2$.

5p **4.** Prețul unui produs este de 5400 lei. Cu ce procent trebuie ieftinit prețul produsului pentru ca acesta să coste 4860 lei?

5p **5.** Se consideră dreptele distincte $d_1: ax+2y=2$ și $d_2: 8x+ay=4$. Să se determine valorile parametrului real a astfel încât dreptele d_1 și d_2 să fie paralele.

5p **6.** Să se calculeze lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC știind că $A(2,3)$, $B(2,0)$ și $C(0,2)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A_x=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, x real și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se notează $A_x^2=A_x\cdot A_x$.

5p **a)** Să se determine valorile reale ale numărului x pentru care $\det(A_x)=0$.

5p **b)** Sa se determine numărul real x astfel încât $A_x^2=I_2$.

5p **c)** Să se demonstreze că $A_x^2=2xA_x+(1-x^2)\cdot I_2$.

2. Se consideră inelul de polinoame $\mathbb{Z}_3[X]$.

5p **a)** Să se determine $a,b\in\mathbb{Z}_3$, știind că polinomul $f\in\mathbb{Z}_3[X]$, $f=X^2+aX+b$ are rădăcinile $\hat{1}$ și $\hat{2}$.

5p **b)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f\in\mathbb{Z}_3[X]$, $f=X^3+\hat{2}X^2+\hat{2}X+\hat{1}$ la polinomul $g\in\mathbb{Z}_3[X]$, $g=X+\hat{1}$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $f\in\mathbb{Z}_3[X]$, $f=\left(a^3+\hat{2}a\right)X^2+\hat{2}aX+\hat{1}$, atunci $f\left(\hat{1}\right)=\hat{2}a+\hat{1}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\cdot e^x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=(x+1)\cdot e^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine intervalele de convexitate și intervalele de concavitate ale funcției f.

5p **c)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficul funcției f.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{x^n+x+2}{x+1}$.

5p **a)** Să se determine $\int x\cdot f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f_2(x)\,dx$.

5p **c)** Să se arate că aria suprafeței plane, cuprinse între graficul funcției f_{2008} și axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$, este mai mică sau egală cu 2.