

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 93**

<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze modulele rădăcinilor complexe ale ecuației $z^2 + 2z + 4 = 0$.
- 5p** 2. Să se determine funcțiile de gradul întâi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care sunt strict crescătoare și îndeplinesc condiția $f(f(x)) = 4x + 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 4^{\frac{x+1}{2}} = 12$.
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de la 1 la 1000, acesta să fie cub perfect?
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(1, 2)$ și $B(3, 4)$. Să se calculeze distanța de la originea axelor la dreapta AB .
- 5p** 6. Să se determine $\alpha \in (0, 2\pi)$ astfel ca $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$.

SUBIECTUL II (30p)**Varianta 93**<http://www.pro-matematica.ro>

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze A^3 .

5p b) Să se determine $(A \cdot A^t)^{-1}$.

5p c) Să se rezolve ecuația $X^2 = A$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^{30} - 3X^{20} + aX^{10} + 3X^5 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$.

5p a) Să se arate că restul împărțirii polinomului f la $X + 1$ nu depinde de a .

5p b) Să se determine a și b astfel încât restul împărțirii polinomului f la $X^2 - X$ să fie X .

5p c) Să se determine a și b astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X - 1)^2$.

SUBIECTUL III (30p) **Variantă 93**<http://www.pro-matematica.ro>

1. Pentru fiecare $t \in \mathbb{R}$, se consideră funcția $f_t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_t(x) = x^3 + t^2 x$.

5p a) Să se calculeze $f'_t(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că fiecare funcție f_t este inversabilă.

5p c) Să se arate că funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(t) = f_t^{-1}(1)$ este continuă în punctul 0.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x (t^2 + 1)\sqrt{|t|} dt$.

5p a) Să se calculeze $f(1)$.

5p b) Să se arate că f este funcție impară.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{x^2 \sqrt{x}}$.