Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 92**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, care are primul termen $\sqrt{2}$ și rația egală cu $-\sqrt{2}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-4x+1$, $g(x)=2x-1$. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)+2g(x)=-1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x}+2\cdot 3^x-3=0$.

5p **4.** Să se calculeze $3!-C_4^2$.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(-6,8)$ la originea reperului cartezian xOy.

5p **6.** Să se demonstreze că, dacă triunghiul ABC este dreptunghic în A, atunci are loc relația $\sin B+\cos B=\dfrac{AB+AC}{BC}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $a\in\mathbb{R}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\,\middle|\, AX=XA\right\}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A^2X=XA^2$, oricare ar fi $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **c)** Să se arate că dacă $a,b\in\mathbb{R}$, atunci matricea $aI_3+bA\in G$.

2. Se consideră polinomul $f=\left(1+X+X^2\right)^{1004}+X^{2009}$, cu forma algebrică $f=a_0+a_1X+a_2X^2+...+a_{2009}X^{2009}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(-1)$.

5p **b)** Să se arate că $a_0+a_1+a_2+...+a_{2009}$ este un număr întreg par.

5p **c)** Să se determine restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2-1.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine asimptota verticală la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $e^x\geq ex$, pentru orice $x>0$.

2. Fie funcția $f:[1,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{2}{x}$.

5p **a)** Să se determine mulțimea primitivelor funcției f.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox, a graficului funcției f.

5p **c)** Să se calculeze $\displaystyle\int_1^2 f(x)\cdot\ln x\,dx$.