Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 91**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul elementelor mulțimii $A=\{1,4,7,\ldots,40\}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x$. Să se calculeze $f(-3)\cdot f(-2)\cdot\ldots\cdot f(3)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\sqrt[3]{x}=1$.

5p **4.** Să se determine câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu ajutorul cifrelor din mulțimea $\{1,2,3\}$.

5p **5.** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$, știind că punctele $A(a,b)$ și $B(a-1,4)$ aparțin dreptei de ecuație $x+y-5=0$.

5p **6.** Să se calculeze produsul $(\cos1^\circ-\cos9^\circ)\cdot(\cos2^\circ-\cos8^\circ)\cdot\ldots\cdot(\cos9^\circ-\cos1^\circ)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 1 & 2 & -3\\ 1 & 2 & -3\end{pmatrix}$. Pentru $a\in\mathbb{R}$ fixat, definim matricea $B=aA+I_3$.

5p **a)** Să se calculeze A^2, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se demonstreze că $2B-B^2=I_3$.

5p **c)** Să se determine B^{-1}.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție prin $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Să se verifice că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine numărul real x pentru care $\left(x^2-5\right)\circ 6=-1$.

5p **c)** Să se determine două numere $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, astfel încât $a\circ b\in\mathbb{N}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x-\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq 0$, oricare ar fi $x>0$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=(2-x)^n$.

5p **a)** Să se determine $\int f_1(x)\,dx$, unde $x\in[0,2]$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:[0,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f_1(x)\cdot e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=2$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției f_5.