**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 90**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Să se calculeze suma $S=1+5+9+...+25$.

**5p** **2.** Să se determine mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\, x^2+x-2<0\right\}$.

**5p** **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}\cdot 2^x=108$.

**5p** **4.** Să se determine câte numere de trei cifre se pot scrie folosind doar elemente din mulțimea $\{1,2\}$.

**5p** **5.** Fie punctele distincte $A,B,C,D$, nu toate coliniare. Știind că $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$, să se demonstreze că patrulaterul $ABCD$ este paralelogram.

**5p** **6.** Să se calculeze $\sin A$ în triunghiul $ABC$, știind că $BC=10$, iar lungimea razei cercului circumscris triunghiului este egală cu 10.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+2y+4z=0 \\ a^2x+4y+16z=0 \end{cases}$, cu $a\in\mathbb{R}$ și matricea sistemului $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2 & 4 \\ a^2 & 4 & 16 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Pentru $a=1$ să se calculeze determinantul matricei $A$.

**5p** **b)** Să se determine mulțimea valorilor reale ale numărului $a$ pentru care $\det(A)\neq 0$.

**5p** **c)** Să se rezolve sistemul pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{2;4\}$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^4+aX^3+bX+c$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$.

**5p** **a)** Să se determine numărul real $c$ știind că $f(1)+f(-1)=2009$.

**5p** **b)** Să se determine numerele reale $a,b,c$ știind că $f(0)=f(1)=-2$ și că una dintre rădăcinile polinomului este $x=2$.

**5p** **c)** Pentru $a=-2,\ b=1$ și $c=-2$ să se determine rădăcinile reale ale polinomului $f$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{x}-\ln x$.

**5p** **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$, pentru orice $x>0$.

**5p** **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul $A(1;2)$.

**5p** **c)** Să se arate că $2\sqrt{x}\geq 2+\ln x$, pentru orice $x>0$.

**2.** Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=x^n+(1-x)^n$.

**5p** **a)** Să se determine mulțimea primitivelor funcției $f_2$.

**5p** **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x\cdot f_2(x)$, axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

**5p** **c)** Să se arate că $\int_0^1 f_n(x)\,dx\geq\int_0^1 f_{n+1}(x)\,dx$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.