**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 9**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Să se verifice că $\log_3 9 - \log_2 8 = \log_4 \frac{1}{4}$.

**5p** **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^2 + 2mx + 4m = 0$ să aibă soluții reale.

**5p** **3.** Să se rezolve în mulțime numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2 - x - 3} = -1$.

**5p** **4.** O sumă de 1000 de lei a fost depusă la o bancă și după un an s-a obținut o dobândă de 80 de lei. Să se calculeze rata dobânzii.

**5p** **5.** Să se determine coordonatele punctului *B*, știind că $A(3,4)$ și $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + \vec{j}$.

**5p** **6.** Să se calculeze aria unui paralelogram *ABCD*, știind că $AB = 3$, $AD = \sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 120^\circ$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $A^t=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Să se determine numerele întregi $a, b, c, d$ astfel încât $A+2I_2=O_2$.

**5p** **b)** Să se calculeze determinantul matricei $B=A-A^t$.

**5p** **c)** Să se arate că, dacă $A+A^t=2I_2$, atunci determinantul matricei $A-A^t$ este un număr divizibil cu 4.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$.

**5p** **a)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție.

**5p** **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

**5p** **c)** Să se determine două numere $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ astfel încât $a\circ b\in\mathbb{N}$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x(ax^2+bx+c),$ unde $a,b,c\in\mathbb{R}$.

**5p** **a)** Pentru $a=1, b=c=0$, să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**5p** **b)** Să se verifice că $f'(0)-f(0)=b$.

**5p** **c)** Să se determine $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $f(0)=0,\ f'(0)=1$ și $f''(0)=4$.

**2.** Se consideră integralele $I_n=\int_0^1 \frac{x^n+1}{x+1}\,dx,$ pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

**5p** **a)** Să se calculeze $I_1$.

**5p** **b)** Folosind, eventual, faptul că $x^2\le x$ pentru orice $x\in[0,1]$, să se demonstreze că $I_2\le I_1$.

**5p** **c)** Să se demonstreze că $I_{n+1}+I_n=\frac{1}{n+1}+2\ln 2,$ pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.