Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 89**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze suma $1+2+2^2+\ldots+2^6$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(x^2-1)(x+1)\geq 0$.

5p **3.** Să se arate că produsul soluțiilor reale ale ecuației $mx^2-2009x-m=0$ este constant, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}^*$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^0+C_n^1=8$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctul O, intersecția diagonalelor. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{DC}$.

5p **6.** Să se calculeze $\lg\left(\text{tg}40^\circ\right)\cdot\lg\left(\text{tg}41^\circ\right)\cdot\ldots\cdot\lg\left(\text{tg}45^\circ\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&0\\3&7&5\end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

Pentru $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează $X^3=X\cdot X\cdot X$.

5p **a)** Să se determine A^{-1}.

5p **b)** Să se rezolve ecuația matricială $A^3\cdot X=I_3$, unde $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se calculeze $(B-A)^3$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x*y=3xy+7x+7y+14$.

5p **a)** Să se determine elementul neutru al legii "$*$".

5p **b)** Să se rezolve mulțimea numerelor întregi inecuația $x*x\le -1$.

5p **c)** Să se demonstreze că legea de compoziție "$*$" este asociativă.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(1)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de concavitate și intervalele de convexitate ale funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq 0$, pentru orice $x\geq -\frac{1}{2}$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ și $g(x)=e^{1-x}$.

5p **a)** Să se determine mulțimea primitivelor funcției *f*.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=x\cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^{\frac{1}{2}}\left(g(x)-f(x)\right)dx\geq 0$.