Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 88**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine rația unei progresii aritmetice în care primul termen este 10 și al patrulea termen este 19.

5p **2.** Să se determine valoarea minimă a funcției $f:[-2,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x-3\lg x+2=0$.

5p **4.** Să se determine prețul inițial al unui produs care, după o scumpire cu 15 %, costă 460 lei.

5p **5.** Să se determine coordonatele punctului *M*, mijlocul segmentului AB, știind că $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}$ și $\overrightarrow{OB}=7\vec{i}+2\vec{j}$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-\sin 80^\circ+\cos 80^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x+ay+z=0 \\ x+y+z=0 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$, unde a este număr real și matricea sistemului $A=\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Pentru $a=0$ să se calculeze A^2, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se determine valorile reale ale numărului a pentru care matricea A este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{4\}$ să se rezolve sistemul în mulțimea numerelor reale.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se consideră legile de compoziție $x*y=px+y+2$, cu $p\in\mathbb{Z}$, $x\circ y=x+y-2$ și funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=3x+q$, cu $q\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se determine $p\in\mathbb{Z}$ astfel încât legea de compoziție "$*$" să fie comutativă.

5p **b)** Pentru $p=1$ să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $(x*x)\circ(x*x)=x^2+2$.

5p **c)** Pentru $p=1$ să se determine numărul întreg q astfel încât funcția f să fie morfism între grupurile $(\mathbb{Z},*)$ și $(\mathbb{Z},\circ)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(1)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de convexitate și intervalele de concavitate ale funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\le 3$, pentru orice $x\le 2$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{1}{x^2}$ și $F(x)=x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^e F(x)\cdot\ln x\,dx$.