Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 87**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine termenul al patrulea al unei progresii aritmetice, știind că primul termen este 2 și rația este 3.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^2 - x + m = 0$ să admită soluții de semne contrare.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2 - x - 2\right) - \log_2(2x - 4) = 1$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^1 + A_n^2 = 4$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

5p **5.** Să se determine aria unui triunghi ABC, știind că $AB = AC = 2$ și $m(\sphericalangle A) = 30^\circ$.

5p **6.** Să se calculeze $2\sin^2 135^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})\,\middle|\,X^2=X\right\}$, unde $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Să se verifice că $A\in G$.

5p **b)** Să se calculeze $\det\left(A^3-2A^2+A\right)$, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\left(2X-I_2\right)^2=I_2$, oricare ar fi $X\in G$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-\sqrt{2009}\left(x+y\right)+2009+\sqrt{2009}$.

5p **a)** Să se arate că $x*y=\left(x-\sqrt{2009}\right)\left(y-\sqrt{2009}\right)+\sqrt{2009}$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „$*$” este asociativă, să se calculeze $\left(-\sqrt{2009}\right)*\left(-\sqrt{2008}\right)*...*0*...*\left(\sqrt{2008}\right)*\left(\sqrt{2009}\right)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\left(x^2+2x+1\right)\cdot e^x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=(x+1)(x+3)\cdot e^x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(-2)+f(-4)\le\dfrac{8}{e^3}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2, & x\le 1\\ \ln x, & x>1\end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția *f* admite primitive.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă a funcției *f* este convexă pe $(1;+\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^e f(x)\,dx$.