Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 85**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice care are primul termen egal cu 16 și rația $\frac{1}{2}$.

5p **2.** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=-6 \\ xy=8 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2^x}=4$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr de două cifre format cu elementele mulțimii A, acesta să aibă cifrele egale.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin\left(180^\circ - x\right)$, știind că $\sin x=\frac{4}{5}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+ay+2z=1 \\ x+(2a-1)y+3z=1 \\ x+ay+(a-3)z=1 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi matricea sistemului $A=\begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2a-1 & 3 \\ 1 & a & a-3 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că $\det(A)=a^2-6a+5$.

5p **b)** Să se rezolve ecuația $\det(A)=0$.

5p **c)** Pentru $a=0$ să se rezolve sistemul în mulțimea numerelor reale.

2. Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziție asociativă $x*y=xy-6x-6y+42$.

5p **a)** Să se arate că $x*y=(x-6)(y-6)+6$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x*x=x$.

5p **c)** Să se calculeze $1*2*3*...*2009$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ și $g(x)=e^x+e^{-x}$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, definită prin $h(x)=x\,f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției *g*.