Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 84**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se compare numerele $a=\sqrt{2}$ și $b=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

5p **2.** Să se demonstreze că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+4$ este tangentă axei Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x\cdot 5^x=15$.

5p **4.** Să se calculeze TVA-ul pentru un produs, știind că prețul de vânzare al produsului este 357 lei, (procentul TVA-ului este 19 %).

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ care are $AB=8$ și $BC=6$. Să se calculeze cosinusul unghiului ascuțit format de diagonalele dreptunghiului.

5p **6.** Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că $A=B+I_3$.

5p **b)** Să se demonstreze că matricea A este inversabilă și să se determine A^{-1}.

5p **c)** Să se determine numărul real a astfel încât $\det\left(X\left(a\right)\right)=\left(2a-1\right)^3$, unde $X\left(a\right)=I_3+aA$.

2. Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x*y=xy-x-y+2$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x*y=\left(x-1\right)\left(y-1\right)+1$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea "$*$" este asociativă.

5p **c)** Să se calculeze $\frac{\sqrt{1}}{2}*\frac{\sqrt{2}}{2}*\ldots*\frac{\sqrt{2009}}{2}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{e^x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{-x^2+3x-2}{e^x}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq\dfrac{1}{e}$ pentru orice $x\leq 2$.

2. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x+2}$.

5p **a)** Să se determine $\int f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Folosind, eventual, faptul că $\sqrt{x+2}\leq\sqrt{3}$ pentru orice $x\in[0,1]$, să se arate că $\int_0^1 x^{2009}f(x)\,dx\leq\dfrac{\sqrt{3}}{2010}$.