Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 83** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $2^6,\ 2^0,\ 2^2,\ 2^{-4},\ 2^{-2}$.

5p **2.** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-3,2)$ și $B(0,5)$.

5p **3.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} -x-2y=5 \\ 4x+y=1 \end{cases}, x, y \in \mathbb{R}$.

5p **4.** Să se calculeze valoarea expresiei $E = x_1 + x_2 - 2x_1x_2$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

5p **5.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_3(x^2 - 4x + 27) = 3$.

5p **6.** Să se calculeze $5 \cdot \sin 150^\circ - 2 \cdot \cos 150^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 83** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-1$.

5p **a)** Să se demonstreze că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **b)** Să se determine două numere $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ pentru care $a*b\in\mathbb{Z}$.

5p **c)** Să se arate că $\left(\left(x*y\right)*z\right)*t=x+y+z+t-3$, oricare ar fi $x,y,z,t\in\mathbb{R}$.

5p **d)** Să se determine numărul real $p=1*2*3*...*8$.

5p **e)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases}\left(2x+5\right)*\left(3y-1\right)=1\\\left(x-7\right)*\left(2y+3\right)=-2\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **f)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=3x-2$. Să se arate că $f\left(x*y\right)=f\left(x\right)*f\left(y\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 83**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ și mulțimea

$M=\left\{X=\begin{pmatrix}0&a&0\\0&0&b\\c&0&0\end{pmatrix}\middle|\ a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Să se arate că dacă $B=\begin{pmatrix}2&1&2\\2&2&2\\1&2&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2&0&-2\\-2&-2&1\\-2&-2&-2\end{pmatrix}$, atunci $B\in M$.

5p **b)** Să se arate că matricea $C=\begin{pmatrix}3&0&-1\\0&-6&2\\0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&3&1\\3&0&0\\9&0&3\end{pmatrix}$ aparține mulțimii M.

5p **c)** Să se calculeze $\det(A+2I_3)$.

5p **d)** Să se arate că A^2 este inversa matricei *A*.

5p **e)** Să se determine $Y\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ din ecuația matricială $(A+I_3)\cdot Y=\begin{pmatrix}-1\\3\\-6\end{pmatrix}$.

5p **f)** Fie $X,Y\in M$, $X=\begin{pmatrix}0&a&0\\0&0&b\\c&0&0\end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix}0&x&0\\0&0&y\\z&0&0\end{pmatrix}$, cu $a,b,c,x,y,z\in\mathbb{R}^*$ și cu proprietatea că $XY=YX$.

Să se demonstreze că dacă numerele *a*, *b*, *c* sunt în progresie geometrică de rație $q\in\mathbb{R}$, atunci și numerele *x*, *y*, *z* sunt în progresie geometrică de aceeași rație *q*.