Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 83**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $2C_3^1 - A_3^2$.

5p **2.** Să se arate că $\log_2 14 + \log_2 3 - \log_2 6 = \log_2 7$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

5p **4.** Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - (m+1)x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 1$.

5p **5.** Să se determine aria triunghiului ABC, în care $AB = 4$, $AC = 6$ și $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 135^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ - \cos 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 2x^2+2x\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f(1)$.

5p **b)** Să se arate că $f(1)\cdot f(-1)=I_3$ unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuația $\hat{2}x+\hat{5}=\hat{1}$, pentru $x\in\mathbb{Z}_6$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}\hat{1} & \hat{2} & \hat{3}\\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1}\\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2}\end{vmatrix}$ în $\mathbb{Z}_6$.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{4}\\ x+\hat{2}y=\hat{5}\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}_6$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, unde $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$, unde $x>0$.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=f(x)$, $x\in[1,2]$.

5p **c)** Să se calculeze $\int\limits_1^e f(x)\ln x\,dx$.