Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 82** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\sqrt[3]{9}-\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$.

5p **2.** Ecuația $x^2+ax-a-1=0$, cu $a\in\mathbb{R}$ are soluțiile x_1 și x_2. Să se arate că expresia $x_1+x_2-x_1x_2$ nu depinde de a.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{2^x}{3^x}=\frac{3}{2}$.

5p **4.** Știind că vectorul $\overrightarrow{AB}$ are lungimea egală cu 12 și $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$, să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{CB}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1), B(0,1), C(1,1)$ și $D(2,3)$. Să se demonstreze că dreptele AB și CD sunt paralele.

5p **6.** Știind că $\sin 80^\circ-\cos 80^\circ=a$, să se calculeze $\sin 100^\circ+\cos 100^\circ-a$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $D(a;b;x)=\begin{vmatrix}1 & x & ab\\ 1 & a & bx\\ 1 & b & ax\end{vmatrix}$, unde a,b și x sunt numere reale.

5p **a)** Să se calculeze $D(1;1;0)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $D(a;a;x)$ nu depinde de numărul real x.

5p **c)** Să se rezolve ecuația $D(a;b;x)=0$, unde a și b sunt numere reale pozitive.

2. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{R}[X]$, $f=X^3-3X+a$ și $g(x)=X^2-3X+2$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=2$ să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)=g(x)$.

5p **b)** Să se determine rădăcinile polinomului f, știind că are o rădăcină dublă pozitivă.

5p **c)** Pentru $a=2$ să se rezolve ecuația $e^{f(x)}=g\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-3)\sqrt{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{3x-3}{2\sqrt{x}}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;-2)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}\geq 3$ pentru orice $x>0$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=e^{x^n}$.

5p **a)** Să se determine $\int f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x\cdot f_1(x)\,dx$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=x\cdot f_3(x)$.