Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 81** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră predicatul $p(x):"2x^2+3x-7=x+5, x\in\mathbb{Z}"$. Să se determine valoarea de adevăr a propoziției $p(-3)$.

5p **2.** Să se scrie relațiile lui Viète pentru ecuația $2x^2-x-7=0$.

5p **3.** Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_6=8$, $a_{10}=0$ și cu rația r. Să se calculeze $a_1^2+r^2$.

5p **4.** În triunghiul ABC se cunosc $BC=3$, $AC=5$, $AB=7$. Să se calculeze $\cos B$.

5p **5.** Să se determine $a\in(0,+\infty)$, $a\neq 1$ știind că reprezentarea grafică a funcției $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_a x$ trece prin punctul $N(4,1)$.

5p **6.** Să se descompună vectorul $\vec{v}=2\vec{i}+5\vec{j}$ după vectorii $\vec{a}=-\vec{i}+\vec{j}$ și $\vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 81** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$.

5p **a)** Să se arate că operația „$\circ$” este asociativă pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se dea exemplu de două numere iraționale *x* și *y* cu proprietatea că $x \circ y$ este număr întreg.

5p **c)** Să se calculeze elementul neutru al legii „$\circ$”.

5p **d)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $(x^3) \circ (-x) = \sqrt{5}$.

5p **e)** Să se arate că funcția $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \sqrt{5}$ are proprietatea:
$f(xy) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in (0,\infty)$.

5p **f)** Să se arate că dacă x este număr natural, atunci simetricul său în raport cu legea „$\circ$” este număr irațional.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 81**

Se consideră mulțimea de matrice $M=\left\{ X(a,b,c)=\begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \middle| \, a,b,c\in\mathbb{R} \right\}$.

5p **a)** Să se calculeze $2X(3,-2,-1)-X(1,2,3)$.

5p **b)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ astfel încât $X(2x+3,3,4)=X(x^2,3,4)$.

5p **c)** Să se arate că matricea $X(1,-1,1)\in M$ nu este inversabilă.

5p **d)** Să se arate că dacă $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, atunci $A\in M$.

5p **e)** Știind că $X=\begin{pmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & y & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$ și $Y=\begin{pmatrix} z & 0 & 1 \\ 1 & z & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$, să se determine $x,y,z\in\mathbb{R}$, astfel încât $XY=YX$ și $\det(X)=9$.

5p **f)** Să se calculeze $\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 2 \\ x_2 & 2 & 0 \\ 0 & x_2 & x_1 \end{vmatrix}$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $2x^2-3x-1=0$.