Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 81**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)(x+1) \le -x+11$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x+6$. Să se arate că $f(x)\le f(2)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **4.** După două ieftiniri succesive cu 10 %, respectiv 25 %, prețul unui produs este 540 lei. Să se determine prețul produsului înainte de cele două ieftiniri.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(2,m)$, unde m este un număr real. Să se determine numerele reale m pentru care $OM=\sqrt{5}$.

5p **6.** Să se determine lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AC=6$, $AB=4$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $A(k)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & x_k & x_k^2 \\ -2 & x_k^2 & x_k \end{pmatrix}$, cu $k\in\{0,1,2\}$. $x_0=1$ și x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2+x-2=0$, $x_1<x_2$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A(0)$.

5p **b)** Să se determine matricea $A(1)+A(2)$.

5p **c)** Să se calculeze suma elementelor matricei $A(k)$, pentru fiecare $k\in\{0,1,2\}$.

2. Pe mulțimea $G=(0,\infty)\setminus\{1\}$ se consideră operația $x\circ y=x^{2\ln y}$.

5p **a)** Să se calculeze $3\circ e$, unde e este baza logaritmului natural.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ y\in G$, pentru orice $x,y\in G$.

5p **c)** Să se arate că operația "$\circ$" este asociativă pe mulțimea G.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;-1)$.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq -1$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcția $f_a:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_a(x)=ax+1$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+x+1$ să fie o primitivă a funcției f_a.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_1(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_0^1 f_a^{\,2}(x)\,dx\geq\frac{1}{4}$ pentru orice $a\in\mathbb{R}$.