Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 80**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\frac{2!+3!}{C_8^1}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x+3$. Să se arate că numerele $f(1)$, $f(0)$ și $f(-3)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **3.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+x=y \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+1)=1+\log_5(x-1)$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul N, simetricul punctului $M(-2,3)$ față de punctul O. Să se calculeze lungimea segmentului MN.

5p **6.** Fie triunghiul ascuțitunghic ABC. Să se determine măsura unghiului A, știind că $BC=6$ și raza cercului circumscris triunghiului are lungimea egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $D(a)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Să se calculeze valoarea determinantului pentru $a=-1$.

5p **b)** Să se demonstreze că $D(a)=-(a-1)^2(a+2)$, pentru orice a număr real.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $D(a)=-4$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-10(x+y)+110$.

5p **a)** Să se verifice că $x\circ y=(x-10)(y-10)+10$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $C_{10}^{1}\circ C_{20}^{1}$.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ(x-1)=10$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1+\dfrac{1}{x-1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq 4$, pentru orice $x\in(1;+\infty)$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}$ se consideră funcțiile $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{e^x}{e^{nx}+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int f_0(x)\,dx$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_1, axa *Ox* și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 f_{n+1}(x)\,dx\leq\int_0^1 f_n(x)\,dx$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.