Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 79** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\frac{\log_5 18-\log_5 2}{\log_5 3}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g,h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$, $g(x)=2x+2$, $h(x)=3x+3$. Să se determine numărul real a astfel încât $a\big(f(x)+h(x)\big)=g(x)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2^x}=\frac{4^x}{8}$.

5p **4.** Să se determine câte numere naturale de 4 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$ și $B(m^2-1,0)$, cu $m\in\mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctul $C(5,0)$ să fie mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră patrulaterul $ABCD$ în care $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că $ABCD$ este paralelogram.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze $A\cdot B$.

5p **b)** Să se rezolve ecuația matricială $A\cdot X=B$, unde $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se demonstreze că matricea A verifică egalitatea $A^2-4A+5I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=x+y-14$.

5p **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=2$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea "$\circ$" este asociativă.

5p **c)** Să se demonstreze că $(\mathbb{R},\circ)$ este grup comutativ.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x+3^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine asimptota spre $-\infty$ a funcției f.

5p **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{x^n}{x+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}(x+1)\cdot f_2(x)\,dx$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_1, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\displaystyle\int_0^1 f_{2009}(x)\,dx\le\ln 2$.