Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 78** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_7 49+\log_7 \frac{1}{7}-3\cdot\log_7 7^{\frac{1}{3}}+2\cdot\log_7 1$.

5p **2.** Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_7=16,\ a_{11}=20.$ Să se determine suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice.

5p **3.** Să se reprezinte grafic funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-5x+4$.

5p **4.** Se consideră triunghiul ABC, cu vectorii de poziție $\overrightarrow{r_A}=-3\cdot\vec{i}+4\cdot\vec{j},\ \overrightarrow{r_B}=5\cdot\vec{i},\ \overrightarrow{r_C}=-2\cdot\vec{j}$. Să se determine vectorul de poziție al centrului de greutate al triunghiului ABC.

5p **5.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}=117$.

5p **6.** Triunghiul ABC are $AB=7,\ BC=8,\ AC=12$. Să se calculeze $\frac{\cos A}{\cos B}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 78** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -xy + 5x + 5y - 20$.

5p **a)** Să se arate că $x * y = (x-5)(5-y)+5$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Se consideră mulțimea $G = (-\infty, 5)$. Să se arate că $x * y \in G$, pentru oricare $x, y \in G$.

5p **c)** Să se arate că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **d)** Să se arate că $x * 4 = 4 * x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **e)** Se consideră expresia $E(x) = (x+8) * (x-7) - 63$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Să se demonstreze că $E(x) < 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **f)** Să se demonstreze că $(\mathbb{R} \setminus \{5\}, *)$ este grup comutativ.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 78**

Se consideră matricele $X(a)=\begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $X(a)=3\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se arate că $X(-a)=-X(a)$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $X(-2)+X(-1)+X(0)+X(1)+X(2)+X(3)$.

5p **d)** Să se verifice că $X(1)\cdot X(10)=X(2)\cdot X(5)$.

5p **e)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ cu proprietatea că matricea $X(a)+I_3$ este inversabilă.

5p **f)** Să se determine matricele $Y\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $Y\cdot X(a)=X(a)\cdot Y$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.