Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 78**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\frac{2+C_4^1}{A_3^1}$.

5p **2.** Să se determine $x\in\mathbb{R}$, știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(4)$.

5p **4.** Să se determine valoarea parametrului real m, știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-(m-1)x-m=0$ verifică relația $x_1+x_2=2(x_1x_2+4)$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(1,-2)$.

5p **6.** Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, are loc relația $AD^2=AB\cdot AC\cdot\sin B\sin C$, unde D este piciorul înălțimii duse din vârful A.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea matricelor $G=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| \, a,b\in\mathbb{N}\right\}$.

5p **a)** Pentru $A,B\in G$, să se demonstreze că $A+B\in G$.

5p **b)** Să se arate că matricea $C\in G$, obținută pentru $a=5$ și $b=3$, verifică relația $C^2=10C-16I_2$, unde $C^2=C\cdot C$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se determine o matrice $D\in G$ care are proprietatea că $\det(D)=2009$.

2. Se consideră polinomul $f\in\mathbb{R}[X]$, $f(X)=(X+1)^{2009}-(X-1)^{2009}$ care are forma algebrică $f=a_{2008}X^{2008}+a_{2007}X^{2007}+...+a_1X+a_0$.

5p **a)** Să se determine a_0.

5p **b)** Să se arate că $f(1)+f(-1)$ este număr întreg par.

5p **c)** Să se determine numărul rădăcinilor reale ale polinomului f.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)-\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}=0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f\left(\sqrt[3]{2008}\right)\le f\left(\sqrt[3]{2009}\right)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x$ și $g(x)=x\cdot e^x$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x f(t)dt}{x}$.