Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 77**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se verifice că $\log_2 5+\log_2 12-\log_2 30=1$.

5p **2.** Să se arate că, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$, parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m^2+1$ este situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Să se determine numărul real a, știind că numerele 2^a, 4^a+1 și 2^{a+2} sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $C_{n+1}^1=n^2-1$.

5p **5.** Să se demonstreze că în patrulaterul $MNPQ$ are loc relația $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{PN}$.

5p **6.** Să se arate că, pentru orice unghi ascuțit x, este adevărată egalitatea $\sin x\cdot\cos\left(90^\circ-x\right)+\cos^2\left(180^\circ-x\right)=1$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1), B(1,2)$ și $C_n(n,-n)$, cu $n \in \mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se scrie ecuația dreptei C_4C_2.

5p **b)** Să se arate că oricare ar fi $n \in \mathbb{Z}^*$ punctele O, C_n, C_{n+1}, sunt coliniare.

5p **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC_3.

2. Se consideră matricele $A_x = \begin{pmatrix} 2009^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, cu $x \in \mathbb{R}$ și mulțimea $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{R}\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se verifice că $I_3 \in G$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$

5p **c)** Să se arate că $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{R}\}$ este grup în raport cu înmulțirea matricelor .

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-3)\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $F, f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x\cdot e^x$ și $f(x)=(x+1)e^x$.

5p **a)** Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției *F*, axa *Ox* și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\int\limits_0^1 \dfrac{F(x)-f(x)}{e^x+1}\,dx$.