Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 76**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se arate că numerele 1, $\log_3 9$ și $\sqrt[3]{64}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(6)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+2x-3}=2\sqrt{3}$.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+2^{-x}=\frac{5}{2}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(5,-2)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 135^\circ+\cos^2 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x-ay-z=0 \\ x+4y-2z=16 \\ x-2y+2z=-6 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi matricea sistemului $A=\begin{pmatrix} 1 & -a & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine valorile reale ale lui a astfel încât matricea A să fie inversabilă.

5p **b)** Să se calculeze A^2, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **c)** Să se rezolve sistemul pentru $a = 1$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4x+4y+12$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ(y\circ z)=(x\circ y)\circ z$, oricare ar fi $x,y,z\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ(-4)\circ y=-4$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $1\circ(-2)\circ 3\circ(-4)\circ 5\circ(-6)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{x+1}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in(0;+\infty)$.

5p **b)** Să se arate că $2009\sqrt{2011}\le 2010\sqrt{2010}$.

5p **c)** Să se arate că funcția f nu are asimptotă către $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}x^2+x-2, & x<1\\ (x+1)\ln x, & x\ge 1\end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se verifice că $\int_0^1 f(x)\,dx=-\dfrac{7}{6}$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $h:[1;e]\to\mathbb{R},\ h(x)=\dfrac{f(x)}{x+1}$.