Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 75**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul real x, știind că șirul $1,\ x,\ x+2,\ 7,\ldots$ este progresie aritmetică.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a graficelor $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x-1$ și $g(x)=x+4$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^3+x^2-x-2}=x$.

5p **4.** O persoană a depus la o bancă 1500 de lei. Ce sumă a primit persoana după un an, știind că rata dobânzii a fost de 8 %?

5p **5.** Fie triunghiul echilateral MNP înscris într-un cerc de centru O. Să se demonstreze că $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}=\vec{0}$.

5p **6.** Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$ în care $AB=6\sqrt{3}$, $AD=4$ și $m(\measuredangle DAB)=150^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze A^2, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p **b)** Să se demonstreze că $(A+I_2)^{-1} = A - I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se determine numerele reale x pentru care $\det(x^2 A) = x^2 \det(A)$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = xy + 3x + ay + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât legea „$*$” să fie comutativă.

5p **b)** Să se arate că pentru $a = 3$ și $b = 6$ legea „$*$” admite element neutru.

5p **c)** Să se determine numerele reale a și b astfel încât $(-3) * x = -3$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2+1}, & x\le 0\\ -2x+1, & x>0\end{cases}$.

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0=0$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe intervalul $(-\infty,0)$.

5p **c)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A\left(-1,\dfrac{1}{2}\right)$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcția $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^n}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_1^e f_1\left(\sqrt{x-1}\right)dx=1$.

5p **b)** Să se determine primitiva G a funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{1}{f_2(x)}$, care verifică relația $G(1)=\dfrac{13}{15}$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^1 x\cdot f_n(x)\,dx$, unde $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 2$.