Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 74** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $C_8^5 - C_8^3$.

5p **2.** Să se determine rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 3$ și $b_2 - b_1 = 3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 \sqrt{x+1} = 1$.

5p **4.** Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, ale cărei soluții x_1 și x_2 verifică relațiile $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{11}{30} \end{cases}$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(2;5)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație $x + y - 2 = 0$

5p **6.** Să se calculeze aria dreptunghiului *ABCD*, știind că $AC = 10$ și $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A^2)$, unde $A^2 = A\cdot A$.

5p **b)** Să se arate că dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $XA=AX$, atunci există $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se arate că ecuația $Y^2=A$ nu are soluție în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$.

5p **a)** Să se calculeze numărul elementelor inversabile în raport cu înmulțirea din inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$.

5p **b)** Se consideră S suma soluțiilor ecuației $\hat{2}x+\hat{1}=\hat{5}$ și P produsul soluțiilor ecuației $x^2=x$, unde $x\in\mathbb{Z}_6$. Să se calculeze $S+P$.

5p **c)** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element din inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, acesta să fie soluție a ecuației $x^3=\hat{0}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, h:\mathbb{R}\setminus\{1,2\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)(x-2)$ și $h(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **a)** Să se arate că $h(x)=\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-2}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția *h* este descrescătoare pe $(-\infty;1)$.

5p **c)** Să se arate că $(f'(x))^2\geq f(x)\cdot f''(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2009}+x+1$.

5p **a)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $h:[1,3]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)-x^{2009}-1$.

5p **b)** Să se determine primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f, care verifică condiția $F(0)=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x f(t)\,dt}{x^{2010}}$.