Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 73**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice, știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.

5p **2.** Să se rezolve ecuația $C_n^2 = 6$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

5p **3.** Să se arate că mulțimea $\left\{ x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0 \right\}$ are două elemente, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+4) + \lg(2x+3) = \lg(1-2x)$.

5p **5.** Să se arate că dacă $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$, atunci punctul C este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Să se determine lungimile catetelor AB și AC ale triunghiului dreptunghic ABC, știind că $\sin B = \frac{3}{5}$ și $BC = 15$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ cu $a,b,c \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Știind că $a=-1,\ b=0$ și $c=1$, să se calculeze determinantul Δ.

5p **b)** Să se arate că $\Delta = (a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\right),\ \forall a,b,c \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 2^x \end{vmatrix} = 0$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se consideră legile de compoziție $x * y = x+y+3,\ x \circ y = ax+y-3$, cu $a \in \mathbb{Z}$ și funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z},\ f(x)=x+6$.

5p **a)** Să se calculeze $(1*2)*(0\circ 3)$.

5p **b)** Să se determine numărul întreg *a* pentru care legea de compoziție "$\circ$" este asociativă.

5p **c)** Pentru $a=1$ să se arate că funcția *f* este morfism între grupurile $(\mathbb{Z},*)$ și $(\mathbb{Z},\circ)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3}{x^2+1}, & x\le 1\\ \dfrac{2x+a}{x^2+2}, & x>1\end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real a astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficului funcției f.

5p **c)** Să se determine numărul real a astfel încât panta tangentei la grafic în punctul $(2; f(2))$ să fie egală cu 1.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x^2}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=e-1$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $1\le\int_0^1 f(x)\,dx\le e$.