Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 71**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se verifice că $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 2^4$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x \cdot 3^x = 36$.

5p **3.** Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ verifică relația $x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 2 \geq 0$, pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5\left(x^2 + 2x - 3\right) = 1$.

5p **5.** Triunghiul ABC are centrul de greutate G. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC, să se determine numărul real a astfel încât $\overrightarrow{AG} = a \cdot \overrightarrow{MA}$.

5p **6.** Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB = 8$, $BC = 10$ și $m(\sphericalangle BCD) = 150^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ cu x și y numere reale. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2), B(0,3), O(0,0)$ și $C_n(n+1,2-n)$ cu $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei M.

5p **b)** Să se arate că punctele A, B și C_2 sunt coliniare.

5p **c)** Să se determine numărul natural nenul n astfel încât aria triunghiului AOC_n să fie minimă.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\perp y=(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Să se arate că $(x+3)\perp\left(\frac{1}{x}+3\right)=4$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se arate că legea „$\perp$” are elementul neutru $e=4$.

5p **c)** Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii $\mathbb{R}$ în raport cu legea „$\perp$”.

SUBIECTUL III (30p)

1. Pentru orice $n\in\mathbb{N}$ se consideră funcțiile $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_0(x)=\ln x$ și $f_n(x)=f_{n-1}'(x)$.

5p **a)** Să se determine funcția f_1.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f_2.

5p **c)** Să se arate că $f_0(x)\le\dfrac{1}{f_1(x)}-1$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{\sqrt{e-1}} f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^2 f(x)\,dx>\int_2^3 f(x)\,dx+\int_3^4 f(x)\,dx$.