**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 70**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2-5x+6\le 0$.

**5p** **2.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât minimul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m$ să fie egal cu 1.

**5p** **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x^2=2$.

**5p** **4.** Să se calculeze $C_4^2+C_4^3$.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1;1)$, $B(-1;0)$ și $C(3;-4)$. Să se determine lungimea segmentului $AM$, unde $M$ este mijlocul lui $(BC)$.

**5p** **6.** Să se determine $\cos(180^\circ-x)$, știind că $x$ este măsura unui unghi ascuțit și $\cos x=\frac{1}{2}$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} a & a & a \\ a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $a\in\mathbb{R}$. Se notează $A^2=A\cdot A$.

**5p** **a)** Pentru $a=1$ să se calculeze matricea $A^2$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\det\left(A^2\right)$, $a\in\mathbb{R}$.

**5p** **c)** Să se demonstreze că $A^2\neq I_3$, pentru orice $a\in\mathbb{R}$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale definim legile de compoziție $x*y=xy-2x-2y+6$ și $x\circ y=xy-3(x+y)+12$.

**5p** **a)** Să se verifice că $(x*2)-(3\circ x)=-1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Știind că $e_1$ este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „$*$” și $e_2$ este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „$\circ$”, să se calculeze $(e_1*e_2)+(e_1\circ e_2)$.

**5p** **c)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+1$. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $f(x*y)=f(x)\circ f(y)$, oricare $x,y\in\mathbb{R}$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{x}$.

**5p** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

**5p** **b)** Să se arate că funcția $f$ este crescătoare pe $(0,+\infty)$.

**5p** **c)** Să se determine coordonatele punctului graficului funcției $f$, în care tangenta la grafic are panta egală cu $\frac{3}{2}$.

**2.** Se consideră funcția $f:[0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}$.

**5p** **a)** Să se verifice că $\int(x+1)(x+2)f(x)dx=x^2+3x+C$, $x\geq 0$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

**5p** **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)-f(x+1)-\frac{1}{x+1}$.