Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 69**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $C_6^2 - C_6^4$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale lui *x* pentru care $x(x-1) \le x+15$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale numărului *m* astfel încât graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(m-1)x-m$ să fie tangent axei *Ox*.

5p **4.** Să se arate că numărul $A=\log_3\frac{2}{1}+\log_3\frac{3}{2}+\log_3\frac{4}{3}+\ldots+\log_3\frac{9}{8}$ este natural.

5p **5.** Să se calculeze $\sin 10^\circ - \cos 80^\circ$.

5p **6.** Să se demonstreze că patrulaterul *MNPQ* cu vârfurile $M(2;0)$, $N(6;4)$, $P(4;6)$ și $Q(0;2)$ este dreptunghi.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $a\in\mathbb{R}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ cu $x,y\in\mathbb{R}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $\det(A)=0$.

5p **b)** Pentru $a=3$ să se verifice că $A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Pentru $a=3$ să se rezolve ecuația matricială $A\cdot X=B$.

2. Pe mulțimea $G=(-1,1)$ se consideră legea de compoziție $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$.

5p **a)** Să se calculeze $\dfrac{1}{2}*\dfrac{1}{2}$.

5p **b)** Fie funcția $f:(-1,1)\to(0,\infty)$, $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$. Să se verifice că $f(x*y)=f(x)\cdot f(y)$, pentru oricare $x,y\in G$.

5p **c)** Să se demonstreze că legea "$*$" este asociativă.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x+\frac{x^2}{2}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0;+\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se determine intervalele de convexitate şi intervalele de concavitate ale funcției f.

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(1+x)^n$, $n\in\mathbb{Z}^*$.

5p **a)** Pentru $n=2$ să se calculeze $\int_1^2 f(x)\,dx$.

5p **b)** Pentru $n=-1$ să se determine $a\in[0;+\infty)$ astfel încât $\int_0^a f(x)dx=0$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)f(x)\,dx$.