Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 68**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $-4 < 3x + 2 < 4$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4} = 2\sqrt{x}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 7$.

5p **4.** Să se determine cât la sută din $a + b$ reprezintă numărul a, știind că a este egal cu 25% din b.

5p **5.** Să se calculeze lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, știind că aria acestuia este 18, iar măsura unui unghi este egală cu 45°.

5p **6.** Să se demonstreze că expresia $(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin x \cdot \cos x$ este constantă, pentru oricare număr real x.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$ cu $x\in\mathbb{R}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se notează $A^2=A\cdot A$.

5p **a)** Să se determine numărul real x pentru care $\det(A)=0$.

5p **b)** Să se verifice egalitatea $A^2=(2x-6)A-\left(x^2-6x+8\right)\cdot I_2$.

5p **c)** Să se determine numărul real x pentru care $A^2=2A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=xy-2(x+y)+6$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ 2=2$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă, să se calculeze valoarea expresiei
$E=(-2009)\circ(-2008)\circ\ldots\circ(-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ\ldots\circ 2008\circ 2009$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x^3}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-2}, & x\in(-\infty,1]\\ \ln x-2, & x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1(x-2)f(x)dx$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\int_1^x\left(f(t)+2\right)dt$.