Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 67** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine câte numere impare sunt elemente ale mulțimii $\{10,11,12,13,...,2009\}$.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2(3x-2)=0$.

5p **3.** Se consideră punctele $A(1,0)$, $B(-1,0)$, $C\left(0,-\sqrt{3}\right)$. Să se arate că triunghiul ABC este echilateral.

5p **4.** Să se determine numărul $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $1+2+2^2+2^3+...+2^{n-1}=1023$.

5p **5.** Fie A',B',C' mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB ale triunghiului ABC. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$.

5p **6.** Să se determine $m\in\mathbb{R}-\{-3\}$ pentru care soluțiile ecuației $(m+3)x^2-2(m-1)x+m-2=0$ verifică relația $2(x_1+x_2)-5x_1x_2=-\frac{13}{2}$.

Varianta 67

http://www.pro-matematica.ro

SUBIECTUL II (30p)

Pe mulțimea $G=(-1,1)$ se definește operația $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$.

5p **a)** Să se calculeze $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}*\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea G ecuația $x*x^2=0$.

5p **c)** Să se arate că $x*y\in G$, pentru oricare $x,y\in G$.

5p **d)** Să se demonstreze că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice $x,y,z\in G$.

5p **e)** Să se demonstreze că legea „$*$” admite element neutru pe G.

5p **f)** Să se determine $x\in G$ pentru care există $x'\in G$, astfel încât $x*x'=x'*x=0$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 67**

Fie mulțimea $\mathcal{M}=\left\{A(x)=\begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & x \end{pmatrix} \middle| \; x\in(0,\infty)\right\}$ și matricea $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze suma elementelor matricei $A(2)$.

5p **b)** Să se arate că $I_3\notin\mathcal{M}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy)$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **d)** Să se calculeze $A\left(\frac{1}{2}\right)\cdot A\left(\frac{2}{3}\right)\cdot A\left(\frac{3}{4}\right)$.

5p **e)** Să se arate că, dacă $A(x)\in\mathcal{M}$ și $A(y)\in\mathcal{M}$, atunci $A(x)\cdot A(y)\in\mathcal{M}$.

5p **f)** Să se determine matricea $A(x)\in\mathcal{M}$ care verifică egalitatea $(A(x))^2=A(x)\cdot A(4)$.