**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 67**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Să se arate că $C_5^1 + 1 = P_3$.

**5p** **2.** Să se determine punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$ cu axele de coordonate.

**5p** **3.** Să se demonstreze că pentru orice $m\in\mathbb{R}$ ecuația $x^2+mx-m^2-1=0$ are două soluții reale distincte.

**5p** **4.** Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, știind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este egală cu 4.

**5p** **5.** Să se calculeze lungimea laturii $AC$ a triunghiului $ABC$, știind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$, $m(\sphericalangle C)=30^\circ$ și $AB = 10$.

**5p** **6.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(5,-4)$ și $B(0,8)$. Să se calculeze lungimea segmentului $AM$, unde $M$ este mijlocul segmentului $AB$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră sistemul $\begin{cases} ax+2y=0 \\ 4x+y=0 \end{cases}$ cu $a\in\mathbb{R}$ și $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matricea sistemului. $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Se notează $A^2=A\cdot A$.

**5p** **a)** Pentru $a=-1$ să se rezolve sistemul.

**5p** **b)** Să se verifice egalitatea $A^2-(a+1)A+(a-8)I_2=O_2$.

**5p** **c)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ știind că matricea $A$ verifică egalitatea $A^2=9I_2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+11$.

**5p** **a)** Să se arate că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

**5p** **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 6\ ori\ x}=1$.

**5p** **c)** Să se demonstreze că $(\mathbb{Z},\circ)$ este grup comutativ.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+4$ și $g(x)=x^3-5x^2+8x-4$.

**5p** **a)** Să se calculeze $f'(x)-g'(x), x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

**5p** **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq 0$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcțiile $f, F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\dfrac{x-1}{x}$ și $F(x)=e^x+x-\ln x$.

**5p** **a)** Să se demonstreze că funcția $F$ este o primitivă pentru funcția $f$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\int_1^2 x\left(F(x)-x+\ln x\right)dx$.

**5p** **c)** Să se determine parametrul real $m$ astfel încât aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $f$, axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ să fie egală cu $e^m-2$.