

SUBIECTUL I (30p)**Varianta 66**<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se calculeze $(2+i)(3-2i)-(1-2i)(2-i)$.
- 5p** 2. Să se arate că $\frac{1}{3}$ este o perioadă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{3x\}$, unde $\{a\}$ este partea fracționară a numărului a .
- 5p** 3. Să se rezolve în $[0, 2\pi]$ ecuația $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$.
- 5p** 4. Să se calculeze $\frac{C_{20}^{10}}{C_{20}^9}$.
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,n)$, $C(2,2)$ și $D(m,5)$. Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât patrulaterul $ABCD$ să fie paralelogram.
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos^2 x$, știind că $\operatorname{tg} x = 4$.

SUBIECTUL II (30p) Varianta 66<http://www.pro-matematica.ro>

1. Fie dreptele $d_1 : x + 2y = 3$, $d_2 : 3x - 4y = -1$, $d_3 : 4x + 3y = m$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine m astfel încât dreptele să fie concurente.

5p b) Să se demonstreze că există o infinitate de valori ale lui m pentru care vârfurile triunghiului determinat de cele trei drepte au toate coordonatele întregi.

5p c) Să se calculeze valorile lui m pentru care triunghiul determinat de cele trei drepte are aria 1.

2. Fie polinomul $f = 2X^3 - aX^2 - aX + 2$, cu $a \in \mathbb{R}$ și cu rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3 .

5p a) Să se calculeze $f(-1)$.

5p b) Să se determine a pentru care polinomul are trei rădăcini reale.

5p c) Să se determine a astfel încât $|x_1| + |x_2| + |x_3| = 3$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \sqrt{|1 - x^2|}$.

- 5p a) Să se calculeze derivata funcției f pe intervalul $(-1, 1)$.
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Să se arate că funcția $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^{-2} f(x)$ este mărginită.

2. Fie funcția $f : [0, 1] \rightarrow [1, 3]$, $f(x) = x^4 + x^2 + 1$. Se admite că funcția f are inversa g .

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{2t+1}{f(\sqrt{t})} dt$.

5p b) Să se arate că $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 3$.

5p c) Să se demonstreze că, dacă $\alpha \in [1, 3]$, atunci are loc inegalitatea $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^\alpha g(x) dx \geq \alpha$.