Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 65** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $(n+3)(n+4)=20$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-x}=1$.

5p **3.** Să se calculeze suma $S=6+16+26+36+...+96$.

5p **4.** Să se determine $\alpha\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{r_1}=(\alpha+1)\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{r_2}=-3\vec{i}+\vec{j}$ să fie coliniari.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}-\{0\}$ astfel încât soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $mx^2+\left(m^2+4\right)x+(m-2)=0$ să verifice relația $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2$.

5p **6.** Să se arate că în orice triunghi ABC, care are $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, are loc egalitatea $(c\sin B+b\sin C)(c\cos B+b\cos C)=2a^2\sin B\cdot\sin C$, unde *a*, *b*, *c* sunt lungimile laturilor *BC*, *AC*, respectiv *AB*.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 65** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\log_2\left(2^x+2^y+1\right)$. Se consideră mulțimea $M=[0,+\infty)$.

5p **a)** Să se arate că $x*y\in M$, pentru orice $x,y\in M$.

5p **b)** Să se determine $x\in M$ astfel încât $0*x=x+1$.

5p **c)** Să se demonstreze că legea „$*$” nu admite element neutru pe M.

5p **d)** Să se verifice că $(x*x)*x=\log_2\left(3\cdot 2^x+1\right)$, oricare ar fi $x\in M$.

5p **e)** Să se demonstreze are loc relația $x*(-x)>1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **f)** Să se calculeze $2^{1*2}+2^{3*4}$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 65**

Se consideră numerele reale $a,\ b,\ c$ și determinantul $D=\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze D pentru $a=1,\ b=2,\ c=3$.

5p **b)** Să se arate că dacă $a=b=c$, atunci $D=0$.

5p **c)** Să se arate că dacă $a+b+c=0$, atunci $D=0$.

5p **d)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$, astfel încât pentru $b=c=0$ să avem $D=8$.

5p **e)** Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbb{Z}$ și $a+b+c\neq 0$, atunci D se divide prin $(a+b+c)$.

5p **f)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ 2x+3y+z=11 \\ 3x+y+2z=11 \end{cases}$, unde $x,y,z\in\mathbb{R}$.