Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 65**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se demonstreze că numărul $\sqrt[3]{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}$ este natural.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-4x}=\frac{1}{8}$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale lui m, știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-mx-m-6=0$ verifică relația $4\left(x_1+x_2\right)+x_1x_2=0$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie cubul unui număr natural.

5p **5.** Să se calculeze aria triunghiului determinat de graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=3x-5$ și axele de coordonate.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 120^\circ+\cos^2 60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $AB: x+2y-4=0$ și $BC: 3x+y-2=0$.

5p **a)** Să se determine coordonatele punctului B.

5p **b)** Pentru $A(4,0), B(0,2), C(1,-1)$ să se scrie ecuația medianei triunghiului ABC, duse din vârful C.

5p **c)** Pentru $A(4,0), B(0,2), C(1,-1)$ să se calculeze aria triunghiului ABC.

2. Se consideră $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$ inelul claselor de resturi modulo 8.

5p **a)** Să se calculeze în $\mathbb{Z}_8$ suma $S = \hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}+\hat{5}+\hat{6}+\hat{7}$.

5p **b)** Să se calculeze în $\mathbb{Z}_8$ produsul elementelor inversabile ale inelului.

5p **c)** Să se rezolve în $\mathbb{Z}_8$ sistemul $\begin{cases} \hat{2}x+\hat{5}y=\hat{2} \\ \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{5} \end{cases}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)+f\left(x^3\right)\geq -2$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine numărul real p astfel încât volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(px)$, pentru orice $x\in[0,1]$ să fie minim.