Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 64** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Într-o progresie geometrică, al doilea termen este 3 şi raportul dintre primul şi al patrulea termen este $\frac{1}{8}$. Să se determine primul termen al progresiei.

5p **2.** Știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-2009x+1=0$, să se calculeze $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x^2-x-2)=2$.

5p **4.** Să se rezolve inecuația $C_{17}^{n} \le C_{17}^{n-2}$, $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 2$, $n\le 17$.

5p **5.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $x+3y-1=0$ şi $3x+2y+4=0$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii *AB* a triunghiului *ABC* știind că $BC=6$, $AC=3\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle C)=45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B=I_2+A$. Se notează $X^n=\underbrace{X\cdot X\cdot\ldots\cdot X}_{de\ n\ ori}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=0_2$.

5p **b)** Să se calculeze inversa matricei B.

5p **c)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care $B^3-B^2=xA$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-2X^2+1$, cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că polinomul f este divizibil cu $g=X^2-1$.

5p **b)** Să se calculeze produsul $S\cdot P$ unde $S=x_1+x_2+x_3+x_4$ și $P=x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4$.

5p **c)** Să se calculeze suma $T=x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, h:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ și $h(x)=f^2(x)$.

5p **a)** Să se verifice că $h'(x)=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$, oricare ar fi $x\geq 0$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția h este crescătoare pe intervalul $[0;+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+3}+1$.

5p **a)** Să se arate că $\displaystyle\int_0^1 (x+1)(x+3)\,f(x)\,dx=\frac{22}{3}$.

5p **b)** Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine numărul real pozitiv k astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=k$ să fie egală cu $k+\ln k$.