Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 61**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_6 3+\log_6 10-\log_6 5$.

5p **2.** Să se determine valorile reale nenule ale lui *m* pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-(m+1)x+1$ este tangent axei *Ox*.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(x-2)(x+1)\le 3(x+1)$.

5p **4.** Să se demonstreze că numărul $\frac{8!}{3!\cdot 5!}-\frac{9!}{2!\cdot 7!}$ este natural.

5p **5.** Să se arate că este adevărată egalitatea $\sin x\cdot\cos(90^\circ-x)+\cos^2(180^\circ-x)=1$, oricare ar fi *x* măsura unui unghi ascuțit.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*, știind că $AB=AC=10$ și $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{X(a)\,\middle|\, a\in\mathbb{R} \text{ și } X(a)=I_2+aA\right\}$.

5p **a)** Să se verifice dacă I_2 aparține mulțimii *G*.

5p **b)** Să se arate că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+5ab)$, $\forall a,b\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se arate că pentru $a\neq -\frac{1}{5}$ inversa matricei $X(a)$ este matricea $X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)$.

2. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_5[X]$, $f=\hat{3}X^3+\hat{4}X^2+\hat{3}X+\hat{2}$ și $g=X^2+\hat{2}X$.

5p **a)** Să se calculeze $f(\hat{1})\cdot g(\hat{0})$.

5p **b)** Să se verifice că $f=(\hat{3}X+\hat{3})\cdot g+\hat{2}X+\hat{2}$.

5p **c)** Să se determine numărul rădăcinilor din $\mathbb{Z}_5$ ale polinomului f.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x-x\ln 2$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}$.

5p **c)** Să se determine punctul de extrem al funcției f.

5p **2. a)** Să se determine primitivele funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[1,e]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{\dfrac{\ln x}{x}}$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^3 \dfrac{1}{x(x+2)}\,dx$.