Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 6** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine valoarea numărului real a știind că vectorii $\overrightarrow{v_1} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{v_2} = 3\vec{i} + \vec{j}$ sunt coliniari.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $2x - 3 < 5$.

5p **3.** Să se arate că valoarea expresiei $E = \dfrac{4^n + 2^{n+1} + 1}{2^n + 1}$ este număr natural, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

5p **4.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,-1)$ și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$.

5p **5.** Triunghiul ABC are $BC = 3$, $AC = 5$ și $m(\sphericalangle ACB) = 120^\circ$. Să se calculeze lungimea laturii AB.

5p **6.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x-\sqrt{x}} = (0,25)^{-1}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 6** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea $G=(0,\ 1)$ se definește operația $x*y=\dfrac{xy}{2xy+1-x-y}$.

5p **a)** Să se verifice că $x*y=\dfrac{xy}{xy+(1-x)(1-y)}$, pentru oricare $x,y\in G$.

5p **b)** Să se arate că $x*y\in G$, pentru oricare $x,y\in G$.

5p **c)** Să se demonstreze că legea "$*$" este asociativă pe G.

5p **d)** Să se verifice că legea "$*$" admite elementul neutru $e=\dfrac{1}{2}$.

5p **e)** Să se demonstreze că mulțimea G împreună cu legea "$*$" formează o structură de grup.

5p **f)** Să se rezolve ecuația $x*\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{7}$, unde $x\in G$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 6**

Fie matricele $M=\begin{pmatrix}3 & -9\\ 1 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=M+2a\cdot I_2$, $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine matricea A.

5p **b)** Să se determine valorile parametrului real a pentru care $\det(A)=16$.

5p **c)** Pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$, să se determine A^{-1}, unde A^{-1} este inversa matricei A.

5p **d)** Pentru $a=\frac{1}{2}$, să se rezolve ecuația matriceală $AX=M$.

5p **e)** Să se arate că $A^2=4aA-4a^2I_2$, cu $a\in\mathbb{R}$.

5p **f)** Să se determine matricea $A^3-4a^2\left(3M+2a\cdot I_2\right)$, cu $a\in\mathbb{R}$.