Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 6**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze a^2+b^2, știind că numerele a și b au suma egală cu 4 și produsul egal cu 3.

5p **2.** Fie funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și $g(x)=x+4$. Să se calculeze coordonatele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.

5p **3.** Să se determine valorile reale pozitive ale numărului x, știind că $\lg\sqrt{x}$, $\frac{3}{2}$ și $\lg x$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},...,\sqrt{10}\right\}$, acesta să fie rațional.

5p **5.** Să se determine numărul real a, știind că dreptele $2x-y+3=0$ și $ax+2y+5=0$ sunt paralele.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=1$, $AC=2$ și $BC=\sqrt{5}$. Să se calculeze $\cos B$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(n,2^n)$, $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se demonstreze că punctele O, A_1, A_2 sunt coliniare.

5p **b)** Să se determine numărul de drepte care trec prin cel puțin două dintre punctele O, A_0, A_1, A_2.

5p **c)** Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele A_n, A_{n+1}, A_{n+2}, $n\in\mathbb{N}$.

2. Se consideră mulțimea $G=\{A_x \mid x\in\mathbb{Z}\}$, unde matricea $A_x=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & 1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se verifice că $A_x\cdot A_y=A_{x+y}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}$.

5p **b)** Știind că mulțimea G împreună cu operația de înmulțire a matricelor formează o structură de grup, să se determine elementul neutru al grupului $(G,\cdot)$.

5p **c)** Să se arate că funcția $f:\mathbb{Z}\to G$, $f(x)=A_x$ este morfism între grupurile $(\mathbb{Z},+)$ și $(G,\cdot)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5p **b)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}$, oricare ar fi $x\geq 0$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\dfrac{1}{2}\leq f(x)\leq 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+e^x+1$.

5p **a)** Să se arate că orice primitivă a funcției *f* este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_1^e \dfrac{f(\ln x)}{x}\,dx=e+\dfrac{1}{3}$.