Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 59** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1}=64$.

5p **2.** Să se determine mulțimea $A=\{x \mid x\in\mathbb{Z}, |x|\leq 3\}$.

5p **3.** Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$ cu $a,b\in\mathbb{R}$, știind că reprezentarea grafică a funcției trece prin punctele $A(2,0)$ și $B(0,4)$.

5p **4.** În triunghiul dreptunghic ABC se știe că $m(\hat{A})=90^\circ$, $m(\hat{C})=30^\circ$, $AC=8$, $AD\perp BC$, $D\in BC$. Să se calculeze lungimea segmentului BD.

5p **5.** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ știind că $A=\{x\in\mathbb{R} \mid x^2-ax-6=0\}$, $B=\{x\in\mathbb{R} \mid x^2+bx+a-14=0\}$ și $A\cup B=\{-3,2,5\}$.

5p **6.** Fie triunghiul ABC. Punctele M,N,P sunt mijloacele laturilor triunghiului și O este un punct oarecare din planul triunghiului. Să se demonstreze că $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 59** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + \log_2 \frac{\sqrt{2}}{2}$.

5p **a)** Să se verifice că $\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \circ \left(y^2 + \frac{1}{4}\right) \geq 0$ pentru oricare $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că legea „$\circ$” este asociativă.

5p **c)** Să se demonstreze că legea „$\circ$” admite element neutru.

5p **d)** Să se demonstreze că $(\mathbb{R}, \circ)$ este grup comutativ.

5p **e)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2(x \circ x^2) = -2$.

5p **f)** Să se determine $n \in \mathbb{Z}$ pentru care $\left(2^n + \frac{1}{4}\right) \circ \left(2^{n+1} + \frac{1}{4}\right) = 6$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 59**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A+3I_2)$.

5p **b)** Să se calculeze A^2.

5p **c)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$, astfel încât $(I_2+A)(I_2+aA)=I_2$.

5p **d)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x+2y=0 \\ -2x-3y=2009 \end{cases}$, $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **e)** Să se verifice că $\det(I_2+A^6)=1$.

5p **f)** Să se determine matricea $I_2+2A+3A^2+...+2009A^{2008}$.