Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 58**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_5 25 - \log_3 9$.

5p **2.** Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$ al cărei grafic conține punctele $A(2;7)$ și $B(-1;-2)$.

5p **3.** Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-x-1=0$ verifică relația $x_1^2+x_2^2=x_1+x_2+2$.

5p **4.** Să se determine valorile naturale ale lui n pentru care expresia $E(n)=\sqrt{10-3n}$ este bine definită.

5p **5.** Să se determine lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC, știind că vârfurile acestuia sunt $A(0;4)$, $B(-2;0)$ și $C(8;0)$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, $m(\sphericalangle B)=30^\circ$ și $AB=4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x-5y+4z=0 \\ -3x+y+z=-1 \\ 2x-z=a \end{cases}$, cu $a\in\mathbb{Z}$. Se notează cu A matricea sistemului.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

5p **b)** Pentru $a=1$ să se rezolve sistemul.

5p **c)** Să se determine cea mai mică valoare a numărului natural *a* pentru care soluția sistemului este formată din trei numere naturale.

2. Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție asociativă $x\circ y=x+y+1$.

5p **a)** Să se calculeze $2008\circ 2009$.

5p **b)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ inecuația $x\circ x^2\le 3$.

5p **c)** Fie mulțimea $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\,\middle|\, n\ge 2 \text{ și } C_n^0\circ C_n^1\circ C_n^2=n+6\right\}$. Să se determine numărul elementelor mulțimii A.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $\sqrt{x}\geq 1+\ln\sqrt{x}$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

5p **2. a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x\left(t^2+t+1\right)dt}{x^3+1}$.

5p **b)** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$. Să se determine primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(1)=0$.

5p **c)** Să se determine numărul real pozitiv a știind că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox, a graficului funcției $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2$ este egal cu 5π.