Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 57** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că ecuația $x^2 - 2mx + 2m + 3 = 0$ are două soluții reale egale.

5p **2.** Să se calculeze suma primilor 6 termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, care are termeni pozitivi, $b_1=3$ și $b_3=48$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

5p **4.** Să se demonstreze că în orice triunghi ABC cu $m(\hat{A}) = 90^o$ are loc egalitatea $\sin^2 B + \sin^2 C = 1$.

5p **5.** Să se calculeze $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$.

5p **6.** Fie $ABCD$ un paralelogram de centru O și P un punct oarecare din planul paralelogramului . Să se demonstreze că $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 4\overrightarrow{PO}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 57** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea $G=(1,+\infty)$ se definește operația $x*y=\sqrt{x^2y^2-x^2-y^2+2}$.

5p **a)** Să se arate că $x*y=\sqrt{(x^2-1)(y^2-1)+1}$, pentru orice $x,y\in G$.

5p **b)** Să se arate că $x*y\in G$, pentru oricare $x,y\in G$.

5p **c)** Să se rezolve în G ecuația $x*2=2$.

5p **d)** Să se demonstreze că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **e)** Să se demonstreze că legea de compoziție „$*$” admite element neutru pe G.

5p **f)** Să se determine $x\in G$ pentru care există $x'\in G$, astfel încât $x*x'=x'*x=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 57**

Fie matricele $B=\begin{pmatrix}1 & 10\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})\,\middle|\, A^2=I_2\right\}$.

5p **a)** Să se calculeze produsul elementelor matricei $B+C$.

5p **b)** Să se arate că $B+C\notin G$.

5p **c)** Să se calculeze $\det(B+C)$.

5p **d)** Să se determine $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $BX=C$.

5p **e)** Să se arate că $\begin{pmatrix}1 & 0\\ n & -1\end{pmatrix}\in G$, pentru oricare $n\in\mathbb{Z}$.

5p **f)** Să se determine toate matricele $X=\begin{pmatrix}x & y\\ 0 & x\end{pmatrix}$ cu proprietatea că $X\in G$.