Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 57**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 5$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale parametrului *m* astfel încât ecuația $x^2 + mx + 9 = 0$ să admită două soluții reale egale.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2 + 3x - 10\right) = 3$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $A = \{7,11,15,19,...,35\}$, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(4;0)$ și $B(0;2)$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos B$, știind că lungimile laturilor triunghiului *ABC* sunt $AB = 6$, $AC = 8$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} 1+5x & -2x \\ 10x & 1-4x \end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $A(1)\cdot A(-1)$.

5p **b)** Să se arate că $\left(A(x)\right)^2 = A\left((x+1)^2-1\right)$, pentru orice x real, unde $\left(A(x)\right)^2 = \left(A(x)\right)\cdot\left(A(x)\right)$.

5p **c)** Să se determine inversa matricei $A(1)$.

2. Fie mulțimea $G=\left\{a+b\sqrt{3}\,\middle|\, a,b\in\mathbb{Z},\ a^2-3b^2=1\right\}$.

5p **a)** Să se verifice dacă 0 și 1 aparțin mulțimii G.

5p **b)** Să se demonstreze că pentru orice $x, y\in G$ avem $x\cdot y\in G$.

5p **c)** Să se arate că dacă $x\in G$, atunci $\frac{1}{x}\in G$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-ex-1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se determine coordonatele punctului de intersecție dintre tangenta la graficul funcției f în punctul $O(0,0)$ și dreapta de ecuație $x=1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^3, & x\le 0\\ x+\sqrt{x}, & x>0\end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $\int_a^b f(x)\,dx=\int_b^c f(x)\,dx$, unde a,b,c sunt numere reale și funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f, atunci numerele $F(a), F(b), F(c)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.