Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 56** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $\frac{n(n-1)}{2}=10$.

5p **2.** Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_5=14$ și $a_{15}=44$.

5p **3.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $x=2$ să fie soluție a ecuației $\left(1+m^2\right)x^2-2mx-3=0$.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{1+3x}=x-1$.

5p **5.** Triunghiul ABC are $AC=3$, $AB=5$ și $m(\hat{A})=60^\circ$. Să se determine lungimea laturii BC.

5p **6.** Fie punctele $A(1,2)$ și $B(-1,4)$. Să se scrie ecuația mediatoarei segmentului AB.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 56** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea $A=[0,1)$ se definește operația $x*y=\dfrac{xy}{2xy-x-y+1}$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x*y=\dfrac{2xy}{(2x-1)(2y-1)+1}$, pentru orice $x,y\in A$.

5p **b)** Să se arate că $x*y\in A$, pentru oricare $x,y\in A$.

5p **c)** Să se demonstreze că operația "$*$" este asociativă.

5p **d)** Să se demonstreze că legea de compoziție „$*$” admite element neutru pe A.

5p **e)** Să se determine mulțimea $B=\left\{x\in A\,|\ \text{există } x'\in A, \text{ astfel încât } x*x'=x'*x=\dfrac{1}{2}\right\}$.

5p **f)** Să se demonstreze că $(A\setminus\{0\},*)$ este grup comutativ.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 56**

Se consideră mulțimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}\middle|\ x\in\mathbb{R}\right\}$ și matricea $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că $I_2\in G$.

5p **b)** Să se calculeze $\det A(3)$.

5p **c)** Să se arate că $A(x)A(y)=A(x+y)$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **d)** Să se arate că $A(x)A(-x)=I_2$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

5p **e)** Să se calculeze $A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\cdot A(4)\cdot A(5)$.

5p **f)** Să se determine $t\in\mathbb{R}$, astfel încât $A(1)A(2)A(3)\cdot\ldots\cdot A(2009)=A(t)$.