Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)Varianta 56

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se arate că numărul $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\log_2 8}$ este natural.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $4x-6y-2=0$ și $2x+3y-7=0$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale lui m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-\left(m^2+3\right)x+3=0$ verifică egalitatea $x_1+x_2+x_1x_2=7$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\frac{(n+2)!}{n!}=56,\ n\in\mathbb{N}$.

5p **5.** Să se arate că într-un triunghi ABC dreptunghic în A are loc relația $\cos^2 B+\cos^2 C=1$

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=AC=4$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A^3 = 7A$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că $A \cdot B = A$, unde $B = A^2 - 6I_2$ și $A^2 = A \cdot A$.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ și $g = X^3 + X^2 + X + 1$.

5p **a)** Să se demonstreze că $f = X \cdot g + 1$.

5p **b)** Să se determine rădăcinile reale ale polinomului g.

5p **c)** Să se calculeze $f(a)$, știind că a este o rădăcină a polinomului g.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{f''(x)}$.

5p **c)** Să se arate că $e^{\sqrt{2009}}+\sqrt{2010}\le e^{\sqrt{2010}}+\sqrt{2009}$.

2. Se consideră funcțiile f, $g:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3}{x+1}$ și $g(x)=f''(x)$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^2 (x+1)\,f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine primitiva funcției g a cărei asimptotă spre $+\infty$ este dreapta de ecuație $y=2x$.