Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 54** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $2x-5\le 0$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+1\right)=-1$.

5p **3.** Să se arate că împărțind numărul $S=1+2+2^2+2^3+...+2^{2009}$ la 3 se obține restul 0.

5p **4.** Să se scrie ecuația dreptei care conține punctele $A(3,-2)$ și $B(-1,5)$.

5p **5.** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} y-x=1 \\ y=x^2-3x+1 \end{cases}$, $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **6.** Triunghiul ABC are $m(\hat{A})=90^o$, $BC=10$ și $\cos C=0,6$. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 54** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y + x + y$. Se consideră mulțimea $H = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

5p **a)** Să se determine elementul neutru al legii "$*$".

5p **b)** Să se verifice că dacă $x * y = (-x) * (-y)$, atunci $x + y = 0$.

5p **c)** Să se demonstreze că $x * y \in H$, pentru orice $x, y \in H$.

5p **d)** Să se arate că $(x * y) * z = (x+1)(y+1)(z+1) - 1$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$.

5p **e)** Să se calculeze $(2010 * 2009) * (-1)$.

5p **f)** Să se arate că dacă $x \in \mathbb{Z}$ este element simetrizabil în raport cu legea "$*$", atunci $x * x = 0$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 54**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\left\{M(a,b)=\begin{pmatrix}a & b & b\\ b & a & b\\ b & b & a\end{pmatrix} \middle|\ a,b\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=M(2,1)$.

5p **b)** Să se calculeze $\det(A+I_3)$.

5p **c)** Să se arate că $M(a,b)=aI_3+bA$, pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **d)** Să se demonstreze că dacă $X,Y\in G$, atunci $X\cdot Y\in G$.

5p **e)** Să se arate că inversa matricei A este matricea $B=\frac{1}{2}\cdot\left(A^2-3I_3\right)$.

5p **f)** Să se determine matricea $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ astfel încât $M(2,1)\cdot X=\begin{pmatrix}7\\ 8\\ 9\end{pmatrix}$.